

Листок №1а. Теория множеств. Дополнительные задачи

9 класс

Дата выдачи листка: 4.10.2002.

Все задачи этого листочка со звездочкой, но не все они сложные.

Определение 1. Пусть есть набор множеств $A_1, A_2, \dots, A_n$. Тогда $\bigcup_{i=1}^n A_i$ по определению есть множество $\{x \mid x \in A_1 \text{ или } x \in A_2 \dots x \in A_n\}$. Например,

$$\bigcup_{i=1}^3 A_i = \{x \mid x \in A_1 \text{ или } x \in A_2 \text{ или } x \in A_3\}.$$

Пересечение определяется аналогично:

$$\bigcap_{i=1}^n A_i = \{x \mid x \in A_1 \text{ и } x \in A_2 \dots x \in A_n\}.$$

Задача 1. Сформулируйте определение

$$A = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \text{ и } B = \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i.$$

Запрещается использовать фразу «и так далее» и многоточие.

Задача 2. Докажите более общие формулы де Моргана. Для любых $S, A_1, A_2, \dots$ выполнено

$$S \setminus \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = \bigcap_{i=1}^{\infty} (S \setminus A_i)$$

$$S \setminus \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = \bigcup_{i=1}^{\infty} (S \setminus A_i)$$

Задача 3. В задаче 11.3 листочка 1 мы выразили симметрическую разность через объединение, пересечение и разность. Выразите следующие операции:

- a) Объединение через пересечение, разность и симметрическую разность;
- b) Пересечение через объединение, разность и симметрическую разность;
- c) Разность через объединение, пересечение и симметрическую разность

или докажите, что это невозможно.

Задача 4. Выразите

- a) объединение через пересечение и разность;
- b) пересечение через объединение и разность;
- c) разность через объединение и пересечение

или докажите, что это невозможно.